Lógica

LOGICA PROPOSICIONAL

INTRODUCCION

El ser humano, a través de su vida diaria, se comunica con sus semejantes a través de un lenguaje determinado (oral, escrito, etc.) por medio de las denominadas frases u oraciones. Estas pueden tener diferentes significados pero siempre van a resumirse a las formas de verdaderas o falsas, siendo éste el precedente fundamental para el desarrollo humano. Lo importante en el presente estudio es el hecho de que, a partir de los enunciados y de acuerdo a su significado es posible establecer una proposición y a partir de un conjunto de éstas podemos llegar a una conclusión o inferencia, siendo la lógica la ciencia encargada del estudio de éstas.
Hoy en día, la lógica proposicional que estudiaremos en este capítulo, tiene una importancia singular dada su aplicación en los llamados "circuitos lógicos" de uso en la electrónica y la informática.

PROPOSICION

La proposición es el significado de una idea, enunciado, conjunto de palabras o letras a las que se les puede asignar uno y sólo uno de los valores de verdad, que pueden ser:

VERDADERO (V) o FALSO (F)

En resumen, podemos dar la siguiente definición:

Proposición es toda oración que tenga valor de verdad, es decir, que expresa una verdad o una falsedad.

NOTACION Y VALORES DE VERDAD

Por lo general, a las proposiciones se las representa por las letras del alfabeto desde la letra p, es decir, p, q, r, s, t, ... etc.
Así, por ejemplo, podemos citar las siguientes proposiciones y su valor de verdad:

p: 15 + 5 = 21 (F)
q: Santa Fe es una provincia Argentina. (V)
r: El número 15 es divisible por 3. (V)

s: El perro es un ave. (F)

En las proposiciones mencionadas anteriormente, conocemos su valor de verdad, pero se nos pueden presentar proposiciones, que sabemos que tienen valor de verdad, y desconocerlo.

Ejemplo:
r: El 25 de mayo de 1834 llovía mucho
q: El 4 de octubre de 1809 Napoleón Bonaparte se puso unas medias de color colorado

EXPRESIONES NO PROPOSICIONALES

Son aquellos enunciados a los que no se les puede asignar un valor de verdad. Entre ellos tenemos a los exclamativos, interrogativos, imperativos, expresiones de deseo.
Así tenemos, por ejemplo:

- ¿A dónde vas?
- Prohibido pensar
- El alto costo de la vida
- Cállate la boca!!!!
- Ojala este fin de semana gane la lotería

Todas estas frases no son proposiciones pues no son ni verdaderas, ni falsas. No tienen valor de verdad.

Ejercicio Nº1:

a) Marca con una cruz las oraciones que son proposiciones.

“La gran vida”.

“Nunca me he encontrado con alguien tan ignorante que no pudiese aprender de él”. (Galileo Galilei)

“Siempre que enseñes, enseña la vez a dudar de lo que enseñas. (Ortega y Gasset)

“Prohibido pensar en voz alta”. (Gila)

“Los antiguos colocaban estatuas delante del abismo para ocultarlo, yo las derribo para mostrarlo”. (anónimo)

“El no estudiar produce amnesia y otras cosas que no me acuerdo”. (grafitti)

”Todos prometen y nadie cumple. Vote por nadie”.

“Existe un número real lx, tal que $x^2-4= 0$”

“ Argentina integra el Mercosur”

“Cuál es el político más destacado del siglo XX?”

“No tomes alcohol esta noche”

“Todos los políticos mienten”

b) Explica con tus palabras que es una proposición.

<u>Ejercicio Nº2</u>

a) Simboliza las proposiciones siguientes y da su valor de verdad.

- **La parábola es una forma espacial de representación de una función.**
- **Cervantes no es el autor del Quijote.**
- **Las tres bisectrices de un triángulo se cortan en un punto.**
- **El 10 de octubre de 1976 el señor Juan Martin del Potro compró un libro de Lógica.**
- **La autora del libro “el amante japonés” es Isabel Allende.**
- **El año que viene el seleccionado argentino gana el campeonato mundial de futbol.**

b) ¿Las proposiciones siempre tienen valor de verdad? ¿Cuál es?

<u>CLASIFICACION DE LAS PROPOSICIONES</u>

Aquellas proposiciones que constan o se les puede representar por una sola variable, se llaman proposiciones simples o atómicas. Por ejemplo, sea la proposición

p: 3 + 6 = 9

es una proposición simple o atómica.
Cuando una proposición consta de dos o más enunciados simples, se le llama proposición **compuesta o molecular**. Así, por ejemplo:

q: <u>Pitágoras era griego</u> y era <u>geómetra</u>.

p y q

Encontramos dos enunciados. El primero (p) nos afirma que Pitágoras era griego y el segundo (q) que Pitágoras era geómetra.

NOTACION Y CONECTIVOS LOGICOS

A partir de proposiciones simples es posible generar otras, simples o compuestas. Es decir que se puede operar con proposiciones, y para ello se utilizan ciertos símbolos llamados conectivos lógicos.

A continuación vemos una concreta definición de cada uno:

SIMBOLO	OPERACION	SIGNIFICADO
$\sim$	negación	no p no es cierto que p
$\wedge$	conjunción	p y q
$\vee$	disyunción	p o q en sentido amplio
$\Rightarrow$	implicación	si p entonces q si p, q p solo si q q si p q es condición necesaria para p p es condición suficiente para q p implica q
$\Leftrightarrow$	bicondicional	p si y solo si q P es condición necesaria y suficiente para q
$\veebar$	o en sentido estricto o diferencia simétrica	p o q

NEGACION

Se llama negación de una proposición p a la que se obtiene anteponiendo la palabra no a la proposición dada.
La negación de p se indica ~p, que se lee no p.

Ejemplo:
Dada la proposición
p: El libro Cálculus de Larson, reúne los conceptos necesarios para estudiar la materia Análisis Matemático I

su negación es:

~ p: no El libro Cálculus de Larson, reúne los conceptos necesarios para estudiar la materia Análisis Matemático I

o dicho en el lenguaje usual (así lo debemos emplear)

~ p: El libro Cálculus de Larson, no reúne los conceptos necesarios para estudiar la materia Análisis Matemático I

o bien, esta expresión también es válida:

~ p: No es cierto que el libro Cálculus de Larson, reúne los conceptos necesarios para estudiar la materia Análisis Matemático I

otro ejemplo: Dada la proposición: p: todos los alumnos estudian matemática

es negación es ~p: no todos los alumnos estudian matemática

o bien: ~p: no es cierto que todos los alumnos estudian matemática

~p: hay alumnos que no estudian matemática

Resulta sencillo construir su tabla de verdad:

p	~p
V	F
F	V

Observamos aquí que al valor V de p, la negación le hace corresponder el valor F, y viceversa.

Se trata de una operación unitaria, pues a partir de una proposición se obtiene otra, que es su negación.

Ejercicio Nº3

Lee con atención cada una de las siguientes oraciones. Las que sean proposiciones exprésalas en el lenguaje simbólico, niégalas y escribe en el lenguaje corriente su negación.

- **El principio es la mitad de todo**
- **¿La historia se repite?**
- **El doctor Favaloro recibió el premio Nobel de medicina en 1965**
- **La vida es una sucesión de experiencias para disfrutar**
- **¿Existe la justicia?**
- **Lomas de Zamora es una ciudad de la provincia de Mendoza**

- **El Guernica es una obra que pinto Picasso**
- **El número cero es un número par.**

Ejercicio Nº4

a) Dada la proposición P: No comí nada ¿Significa?

Comí todo

Comí

No comí

b) Dada la proposición p: No es cierto que a los gatos no le gusten los perros ¿Significa?

A los gatos les gustan los perros

A los gatos no les gustan los perros

Ejercicio Nº5

Discute con tus compañeros las siguientes expresiones del lenguaje usual.

- **No pasa nada.**
- **No tengo ninguno.**
- **No hay nadie.**
- **No te quiero nada.**

OPERACIONES CON PROPOSICIONES

Definiremos las operaciones entre proposiciones en el sentido siguiente: dadas dos o más proposiciones, de las que se conoce los valores de verdad, se trata de caracterizar la proposición resultante a través de su valor de verdad. A tal efecto, estudiaremos a continuación el uso y significado de los diferentes conectivos lógicos mencionados arriba:

CONJUNCION

Dadas dos proposiciones p y q, se denomina conjunción de estas proposiciones a la proposición $p \wedge q$ (se lee "p y q"), cuya tabla de verdad es:

p	q	$p \wedge q$

V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

La tabla que define esta operación, establece que la conjunción es verdadera sólo si lo son las dos proposiciones componentes. En todo otro caso, es falsa.

Ejemplo. Sea la proposición compuesta.

i) 5 es un número impar y 6 es un número par

p ∧ q

Vemos que está compuesta de dos proposiciones a las que llamaremos p y q, que son

p: 5 es un número impar
q: 6 es un número par

y por ser ambas verdaderas, la conjunción de ellas es verdadera.

Ahora bien, sea la proposición compuesta

Paris está en Francia y Roma en España
p: Paris está en Francia
q: Roma está en España

Esta conjunción es falsa, ya que p es V y q es F

DISYUNCION (en sentido amplio o excluyente)

Dadas dos proposiciones p y q, la disyunción de las proposiciones p y q es la proposición $p \vee q$ cuya tabla de valor de verdad es:

p	q	$p \vee q$

V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

La disyunción *o* es utilizada en sentido excluyente, ya que la verdad de la disyunción se da en el caso de que al menos una de las proposiciones sea verdadera. En el lenguaje ordinario la palabra *o* es utilizada en sentido incluyente o excluyente indistintamente. Para agotar toda posibilidad de ambigüedades, en matemática se utiliza la disyunción definida por la tabla precedente, que nos muestra que la disyunción sólo es falsa cuando ambas proposiciones son falsas.

Ejemplo**.** "Tiro las cosas viejas o que no me sirven "

Dónde:

p: tiro las cosas viejas
q: tiro las cosas que no me sirven
El sentido de la disyunción compuesta por $p \vee q$ (p: tiro las cosas viejas, q: tiro las cosas que no me sirven) es incluyente, pues si tiro algo viejo, y que además no me sirve, la disyunción es V.

DIFERENCIA SIMETRICA - O EXCLUSIVO

Diferencias simétricas o disyunción en sentido excluyente de las proposiciones p y q es la proposición $p \veebar q$ (se lee "p o q en sentido excluyente") cuya tabla de valores de verdad es:

p	q	$p \veebar q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

La verdad de $p \veebar q$ está caracterizada por la verdad de una y sólo una de las proposiciones componentes.

Ejemplo: O nací en febrero o nací en septiembre

queda claro que sólo podremos haber nacido en uno de esos meses

Ejercicio Nº6

Simboliza las proposiciones siguientes usando el conectivo que corresponda y de ser posible da su valor de verdad.

- **El sol es una estrella y la tierra es un planeta**
- **2 x 3 = 6 y 3 x 2 = 5**
- **Todo cuadrado es un rombo o todo cuadrado es un rectángulo**
- **La Plata es la capital de la provincia de Bs. As. y la plata es un metal**
- **2 < 3 < 4**
- **Hace mucho calor, pero trabajo intensamente**
- **Asegúrame que no volverás a hacerlo y me quedaré tranquilo**
- **Malena canta el tango como ninguna y en cada verso pone su corazón**
- **Ese curso se dictó durante septiembre u octubre del año pasado**
- **La música es muy suave o la puerta está cerrada**
- **En el examen seré aprobado o aplazado**
- **El número tres es par e impar**
- **Juana nació en el mes de febrero y en el de octubre.**
- **Leo "Martin Fierro" mientras tomo sol"**
- **Santiago es la capital de Chile o Buenos Aires la de Argentina**

Ejercicio Nº 7

Niega la simbolización de las proposiciones anteriores, exprésalas en el lenguaje cotidiano y da su valor de verdad

IMPLICACION O CONDICIONAL

Implicación de las proposiciones p y q es la proposición $p \Rightarrow q$ (si p entonces q) cuya tabla de valores de verdad es:

p	q	$p \Rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

La proposición p se llama antecedente, y la proposición q se llama consecuente de la implicación o condicional. La tabla nos muestra que la implicación sólo es falsa si el antecedente es verdadero y el consecuente es falso.

Ejemplo: Supongamos la implicación:

Si apruebo, ENTONCES te presto el libro

La implicación está compuesta de las proposiciones:

p: apruebo
q: te presto el libro

Nos interesa conocer la verdad o falsedad de la implicación, en relación a la verdad o falsedad de las proposiciones p y q. El enunciado puede pensarse como un compromiso, condicionado por p, y podemos asociar su verdad al cumplimiento del compromiso. Es evidente que si p es F, es decir si no apruebo el examen, quedo liberado del compromiso y preste o no el apunte la implicación es verdadera.
Si p es verdadera, es decir si apruebo el examen, y no presto el libro, el compromiso no se cumple y la proposición es falsa. Si p y q son verdaderas, entonces la proposición es verdadera pues el compromiso se cumple.

Ejemplo: $1 = -1 \Rightarrow 1^2 = (-1)^2$ (V)

La proposición resulta ser verdadera por ser el antecedente (1 = -1) falso.

Ejemplo: Dada la proposición:

Si leí tres libros entonces leí dos

Es equivalente a:

Leí tres libros solo si leí dos
Si leí tres libros, leí dos
Leí dos libros si leí tres
Es condición necesaria leer dos libros para leer tres
Es condición suficiente leer dos libros para leer dos

CONDICION NECESARIA Y SUFICIENTE

Consideremos la tabla de valores de verdad de la implicación

p	q	p ⇒ q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Hay tres casos en los que p ⇒ q es V, y entre ellos hay uno en que p es V, en el cual resulta q verdadera. Es evidente que hacemos referencia al primer renglón de la tabla y tenemos que si p ⇒ q es V y p es V, entonces q es V. Se dice entonces que el antecedente p es condición suficiente para el consecuente q.
En cambio, si p es F, nada podemos decir de q puesto que puede ser V o F.
Por otra parte, cuando p ⇒ q es V, si q es V, entonces p puede ser V o F; más para que p sea V se necesita que q lo sea. Se dice entonces que q es condición necesaria para p.
Estas condiciones suelen expresarse del siguiente modo:

q si p (condición suficiente)
p sólo si q (condición necesaria)

Ejemplo: La siguiente implicación es V:

"Si T es equilátero, ENTONCES T es isósceles"

En este caso: p: T es equilátero
q: T es isósceles

p es condición suficiente para q, es decir, que un triángulo sea equilátero es suficiente para asegurar que sea isósceles. Por otra parte, T es equilátero sólo si es isósceles; es decir que un triángulo sea isósceles es necesario para que sea equilátero.

Ejercicio Nº 8

Simboliza las proposiciones siguientes usando el conectivo que corresponda y da su valor de verdad. en caso de que sea posible

- **Si Luciana lustra la loza, la loza luce lustrosa**

- **Si las tres bisectrices de un triángulo se cortan en un punto entonces la vaca es un mamífero**
- **Pedro se va si viene Juan**
- **Iremos al cine si Juan viene**
- **Como sigas con esa actitud acabarás por no aprobar**
- **Una condición suficiente para que las rectas no se corten es que sean paralelas**
- **Te traeré flores siempre que vaya a La Plata**
- **Dos rectas coplanares son paralelas sólo si se cortan**
- **Cuando llueve no necesito paraguas**
- **Adelgazo cuando hago dieta**
- **Llueve siempre que está nublado**
- **Es necesario que un número sea par para que sea múltiplo de 8**
- **$(3<2 \wedge 2<5) \rightarrow 3<1$**
- **$(3<2 \wedge 2<1) \rightarrow 3<1$**

Ejercicio Nº 9

Niega la simbolización de las proposiciones anteriores, exprésalas en el lenguaje cotidiano y da su valor de verdad

BICONDICIONAL O DOBLE IMPLICACION

Doble implicación de las proposiciones p y q es la proposición $p \Leftrightarrow q$ (se lee "p si y sólo si q") cuya tabla de valores de verdad es

p	q	$p \Leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

La doble implicación o bicondicional sólo es verdadera si ambas proposiciones tienen el mismo valor de verdad.
La doble implicación puede definirse como la conjunción de una implicación y su recíproca. De este modo, la tabla de valores de verdad de $p \Leftrightarrow q$ puede obtenerse mediante la tabla de $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$, como vemos:

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

Si $p \Leftrightarrow q$ es V, entonces el antecedente p es condición necesaria y suficiente para el consecuente q. Análogamente, en el caso de la doble implicación verdadera, el consecuente q es también condición necesaria y suficiente para el antecedente p.

Ejemplo: $a = b$ si y sólo si $a^2 = b^2$

El enunciado está compuesto por las proposiciones:

p: $a = b$
q: $a^2 = b^2$

Esta doble implicación es falsa si p es F y q es V. En los demás casos es V.

Ejercicio Nº 10

Simboliza las proposiciones siguientes usando el conectivo que corresponda y da su valor de verdad, en caso de que sea posible

- **Dos triángulos son semejantes si y solo si tienen sus lados proporcionales**
- **El cuadrado de un número entero es par si y solo si el número lo es**
- **Es condición necesaria y suficiente que los lados de un triángulo sean iguales para que sea equilátero**
- **Hoy es lunes si y solo si mañana es martes.**

Ejercicio Nº 11

Niega la simbolización de las proposiciones anteriores, exprésalas en el lenguaje cotidiano y da su valor de verdad

PROPOSICIONES LOGICAMENTE EQUIVALENTES

Dos proposiciones p y q se llaman equivalentes si sus tablas de verdad son idénticas. De ser así se denota: $p \equiv q$

Ejemplo: Sea r : $p \Rightarrow q$, recordamos su tabla de verdad:

p	q	$p \Rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Ahora bien, si analizamos la proposición s : $\sim p \vee q$, su tabla de verdad resulta:

p	q	$\sim p \vee q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Como vemos, luego de realizar las tablas de valor de verdad encontramos que ambas proposiciones tienen el mismo resultado final. Con esto, decimos que ambas proposiciones son lógicamente equivalentes, y en este caso particular lo simbolizamos:

$$(p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$$

TAUTOLOGIA - CONTRADICCION - CONTINGENCIA

Al conjunto de proposiciones, conectivos lógicos y símbolos de agrupación lo denominamos **fórmula lógica**. Por ejemplo:

$$\sim\{ (p \Rightarrow q) \wedge (s \wedge t) \}$$

Si al evaluar una tabla de verdad, resulta que todos los valores de verdad resultantes son siempre V para cualquier combinación de sus valores, decimos que dicha fórmula es una **Tautología** o **Ley lógica**.

Ejemplo: Si analizamos la proposición t: $p \vee \sim p$ realizando su tabla de verdad:

p	~p	$p \vee \sim p$
V	F	V
F	V	V

Vemos que para cualquier combinación de las proposiciones p y su negación ~p, la proposición t: $p \vee \sim p$ es siempre verdadera. Entonces, la proposición t es una tautología.

Ejemplo: Analicemos ahora la fórmula lógica $\{ (p \Rightarrow q) \wedge p \} \Rightarrow q$

p	q	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge p$	$\{ (p \Rightarrow q) \wedge p \} \Rightarrow q$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	V
F	F	V	F	V

En este caso comprobamos también que independientemente de la combinación de valores de verdad de las proposiciones p y q, el resultado de la fórmula lógica es siempre V. Decimos, aquí también, que esta fórmula es una tautología o ley lógica.

Si al estudiar una fórmula lógica, a diferencia de los ejemplos anteriores resulta que para cualquier valor de verdad de las proposiciones intervinientes el resultado de dicha fórmula es siempre falso, decimos que dicha fórmula es una **Contradicción**.

Ejemplo: Analicemos la fórmula lógica $p \wedge \sim p$

p	~p	$p \wedge \sim p$
V	F	F
F	V	F

Encontramos que la fórmula es siempre falsa, es entonces una Contradicción.

Si una proposición no es una tautología ni una contradicción (es decir que contiene al menos un valor V y otro F) es una contingencia.

Ejercicio Nº 12

Decidir si las siguientes proposiciones son equivalentes usando tablas de verdad

$p \Rightarrow q$	y	$\overline{p \wedge \bar{q}}$
$p \Rightarrow q$	y	$\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$
$p \wedge (q \vee r)$	y	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
$p \vee (q \wedge r)$	y	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
$p \Rightarrow q$	y	$\bar{p} \vee q$
$\overline{p \Rightarrow q}$	y	$p \wedge \bar{q}$
$\overline{p \Leftrightarrow q}$	y	$(p \wedge \bar{q}) \vee (q \wedge \bar{p})$
$\overline{p \wedge q}$	y	$\bar{p} \vee \bar{q}$
$\overline{p \vee q}$	y	$\bar{p} \wedge \bar{q}$
$(p \wedge q \wedge s) \vee (q \wedge (\sim r) \wedge s)$	y	$q \wedge s$
$(p \vee (p \wedge q)$	y	p

LEYES DEL ALGEBRA PROPOSICIONAL

Como dijimos arriba, aquellas fórmulas lógicas que resultan ser siempre verdaderas no importa la combinación de los valores veritativos de sus componentes, son tautologías o leyes lógicas. En el cálculo proposicional existen algunas tautologías especialmente útiles cuya demostración se reduce a la confección de su correspondiente tabla de verdad, a saber:

Involución $\sim(\sim p) \Leftrightarrow p$ (se lee "no, no p, equivale a p")

Idempotencia $(p \wedge \sim p) \Leftrightarrow p$

$(p \vee \sim p) \Leftrightarrow p$

Conmutatividad

a) de la disyunción: $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$

b) de la conjunción: $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$

Asociatividad

a) de la disyunción: $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$

b) de la conjunción: $(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$

Distributividad

a) de la conjunción respecto de la disyunción:

$(p \vee q) \wedge r \Leftrightarrow (p \wedge r) \vee (q \wedge r)$

b) de la disyunción respecto de la conjunción:

$$(p \wedge q) \vee r \Leftrightarrow (p \vee r) \vee (q \vee r)$$

Leyes de De Morgan

$$\sim(p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$$

" La negación de una disyunción equivale a la conjunción de las negaciones"

$$\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$$

"La negación de una conjunción equivale a la disyunción de las negaciones"

NEGACION DE UNA IMPLICACION

Las proposiciones $p \Rightarrow q = \sim(p \wedge \sim q) = \sim p \vee q$ son equivalentes, como vemos realizando la tabla de valores correspondientes:

p	q	$p \Rightarrow q$	$(p \wedge \sim q)$	$\sim(p \wedge \sim q)$	$p \Rightarrow q \Leftrightarrow \sim(p \wedge \sim q)$
V	V	V	F	V	V
V	F	F	V	F	V
F	V	V	F	V	V
F	F	V	F	V	V

Con esto, comprobamos que la negación de la primera equivale a la negación de la segunda, es decir $\sim(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow \sim\{ \sim(p \wedge \sim q)\}$, y podemos concluir entonces que:

$$\sim(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge \sim q)$$

Es decir, la negación de una implicación no es una implicación sino la conjunción del antecedente con la negación del consecuente.

Ejemplo:
Sea la implicación p: Si hoy es viernes **entonces** mañana es domingo
Su negación es ~p: hoy es viernes **y** mañana **no** es domingo.

IMPLICACIONES ASOCIADAS

Sea la implicación $p \rightarrow q$

A la forma $p \rightarrow q$ se la llama implicación directa

A la forma $\sim p \rightarrow \sim q$ se la llama implicación contraria

A la forma $q \rightarrow p$ se la llama implicación reciproca

A la forma $\sim q \rightarrow \sim p$ se la llama implicación contra reciproca

Ejercicio Nº 13

Demuestre que las siguientes proposiciones son equivalentes, justificando todos sus pasos

- **La implicación directa y la contra reciproca**
- **La implicación recíproca y la contraria**
- **Es la implicación contra recíproca equivalente a la contraria, justifique**

Ejercicio Nº 14

Dadas las siguientes proposiciones

Si sube la inflación, no podré pagar el impuesto sanitario
Si soy pelado, no podré hacerme una trenza
Si tengo un transportador puedo medir los ángulos de este triangulo
Expréselo en forma simbólica
Exprese las implicaciones asociadas